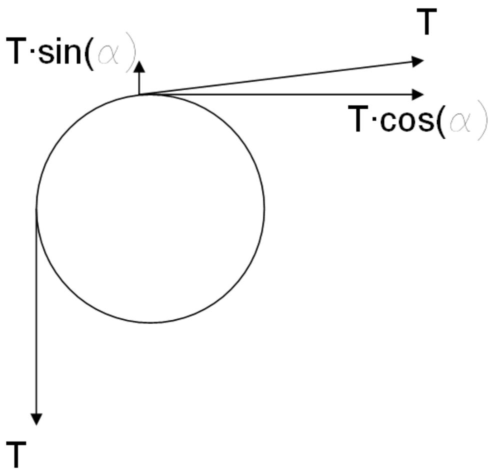
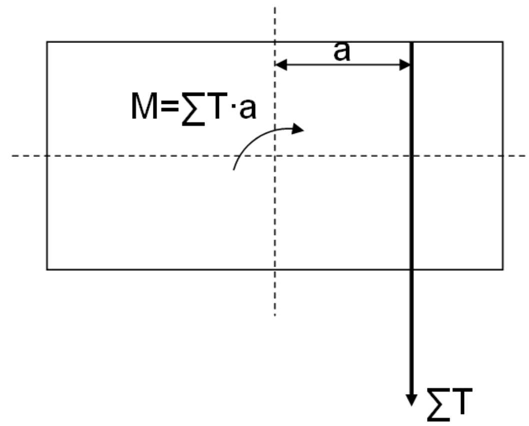
FASIT til oppgave for Haram VGS 2010





A.

$$T = \frac{6.65118 \cdot 10^6\, N \cdot m}{2.260m\left(1 - \sin\left(2^\circ\right)\right)} = \underline{\underline{3.04942 \cdot 10^6\, N}}$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{F}{g} = \frac{3.04942 \cdot 10^6\, N}{9.81\frac{m}{s^2}} = \frac{3.04942 \cdot 10^6\, \frac{kg \cdot m}{s^2}}{9.81\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{310848kg}} \Rightarrow \frac{310848kg}{1000} \approx 311tonne$$

B.

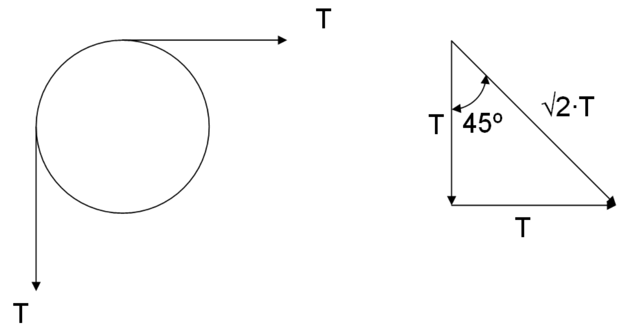
$$T = \frac{6.65118 \cdot 10^6\, N \cdot m}{2.260m} = \underline{\underline{2.943 \cdot 10^6\, N}}$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{F}{g} = \frac{2.943 \cdot 10^6\, N}{9.81\frac{m}{s^2}} = \frac{2.943 \cdot 10^6\, \frac{kg \cdot m}{s^2}}{9.81\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{300000kg = 300tonne}}$$

C.
Det finnes ingen absolutt fasit på dette spørsmålet, men hensikten er at det skal reflekteres noe over spørsmålet.

En situasjon som i B gir et lavere tall for kritisk situasjon og er dermed mer "sikkert" å regne med. En situasjon som i A er mer matematisk korrekt.

D.



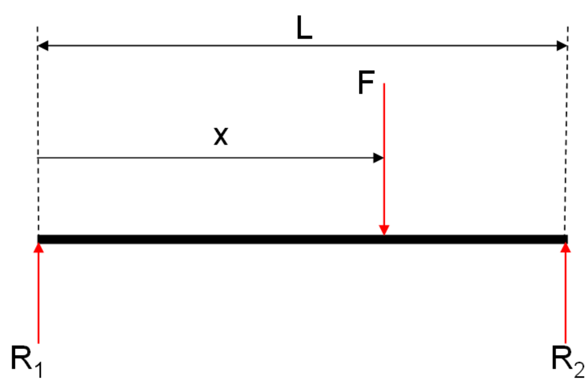
Pytagoras gir:

$$F = \sqrt{T^2 + T^2} = \sqrt{2T^2} = \underline{\underline{\sqrt{2} \cdot T}}$$

Retningen er gitt ved:

$$\tan(\alpha) = \frac{T}{T} = 1 \Rightarrow \alpha = \underline{\underline{45^\circ}}$$

E.



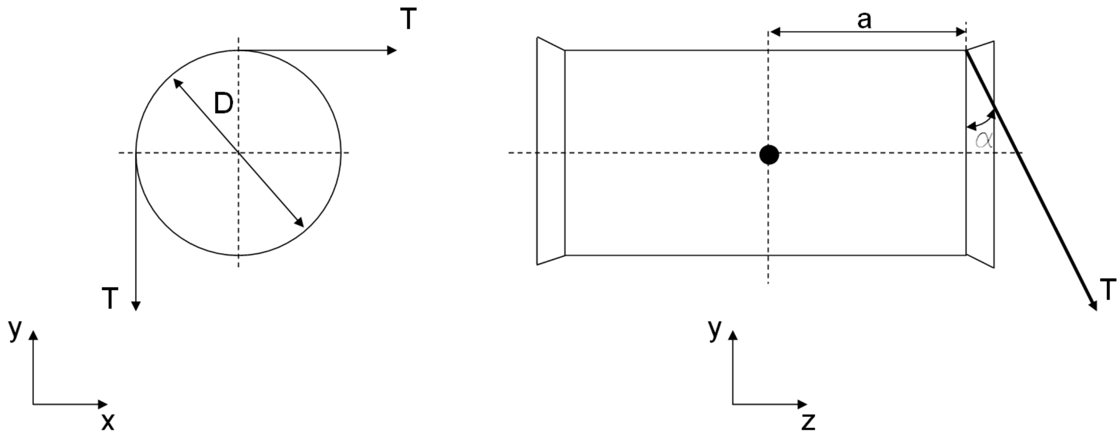
$$\sum F = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 - F = 0 \Rightarrow R_1 = F - R_2$$

$$\sum M_{R_1} = 0 \Rightarrow F \cdot x - R_2 \cdot L = 0 \Rightarrow R_2(x) = \underline{\underline{\frac{F \cdot x}{L}}}$$

$$R_1(x) = F - \frac{F \cdot x}{L} = \underline{\underline{F\left(1 - \frac{x}{L}\right)}}$$

R_2 er minst når kraften angriper rett over R_1(x=0) og størst når den angriper rett over R_2(x=L).
R_1 er minst når kraften angriper rett over R_2(x=L) og størst når den angriper rett over R_1(x=0)
Når kraften angriper midt på hekkrullen er R_1 og R_2 like store.

F.



$$M_x(\alpha) = T \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{D}{2} + T \cdot \cos(\alpha) \cdot a = \underline{\underline{T\left(\sin(\alpha)\frac{D}{2} + \cos(\alpha)a\right)}}$$

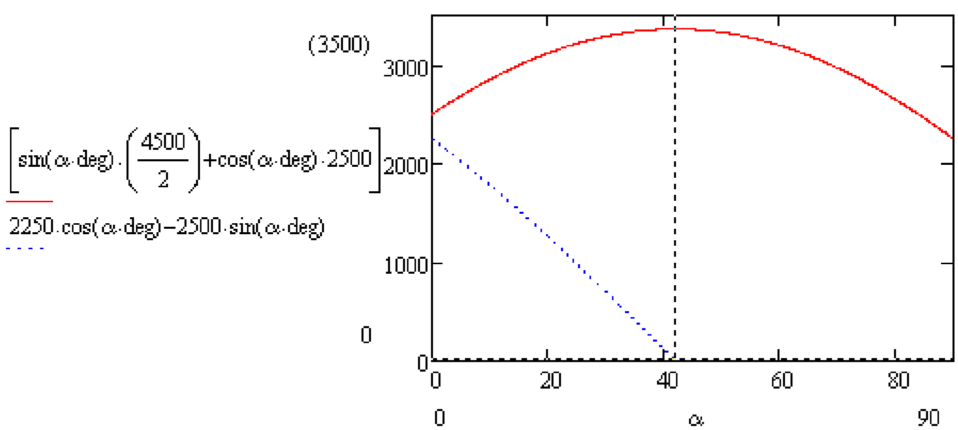
Benytter en enhetslast (1N)

$$M_x(\alpha) = \underline{\underline{\left(\sin(\alpha)\frac{4500mm}{2} + \cos(\alpha)2500mm\right)}}$$

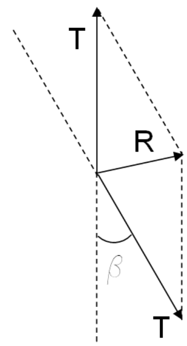
Derivasjon gir:

$$\frac{dM_x(\alpha)}{d\alpha} = 2250mm\cos(\alpha) - 2500mm\sin(\alpha)$$

$$2250mm\cos(\alpha) - 2500mm\sin(\alpha) = 0 \rightarrow \tan(\alpha) = \frac{2250}{2500} \rightarrow \alpha = \underline{\underline{41.9872^\circ \approx 42^\circ}}$$



G.



$$R^2 = T^2 + T^2 - 2 \cdot T \cdot T \cdot \cos(\beta) \Rightarrow R = \underline{\underline{T\sqrt{2(1-\cos(\beta))}}}$$

$$T = T\sqrt{2(1-\cos(\beta))} \Rightarrow \sqrt{2(1-\cos(\beta))} = 1 \Rightarrow 1-\cos(\beta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(\beta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 60^\circ}}$$

H.

Skjæspenning er kraften R delt på tverrsnittsarealet til tauepinnen: $\tau = \frac{R}{A} = \frac{4 \cdot R}{\pi(D^2 - d^2)}$

Innerdiameter: $d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot R}{\pi \cdot \tau}}$

Setter inn D=520mm, R=3.924·10^{6}N og tillatt skjærspenning 0.5·400N/mm^2.

$$d = \sqrt{(520mm)^2 - \frac{4 \cdot 3.924 \cdot 10^6 N}{\pi \cdot 200 \frac{N}{mm^2}}} = 495.398mm \approx \underline{\underline{495mm}}$$

I.

Benytter formlene fra hjelpemidlene:

$$u = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \qquad I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$$

$$u = \frac{64 \cdot R \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot \pi(D^4 - d^4)} = \frac{64 \cdot 3.924 \cdot 10^6 N \cdot (500mm)^3}{3 \cdot 210000 \frac{N}{mm^2} \cdot \pi((520mm)^4 - (495mm)^4)} \approx \underline{\underline{1.2mm}}$$

J.

Benytter samme formel, E/3 og løser med hensyn på d.

$$u = \frac{64 \cdot R \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot \pi(D^4 - d^4)}$$

$$d^4 = D^4 - \frac{64 \cdot R \cdot h^3}{E \cdot \pi \cdot u} \Rightarrow d = \left(D^4 - \frac{64 \cdot R \cdot h^3}{E \cdot \pi \cdot u}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$d = \left(D^4 - \frac{64 \cdot R \cdot h^3}{E \cdot \pi \cdot u}\right)^{\frac{1}{4}} = \left((520mm)^4 - \frac{64 \cdot 3.924 \cdot 10^6 N \cdot (500mm)^3}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot \pi \cdot 1.2mm}\right)^{\frac{1}{4}} = 427.705mm \approx \underline{\underline{428mm}}$$

K.

Regner ut nødvendig innerdiameter for tauepinnen når den lages i aluminium og skal oppfylle regelverket.

$$d = \sqrt{(520mm)^2 - \frac{4 \cdot 3.924 \cdot 10^6 N}{\pi \cdot 50 \frac{N}{mm^2}}} = 412.888mm \approx \underline{\underline{413mm}}$$

Regner ut vekten av en tauepinne laget av stål:

$$m = \delta \cdot (A \cdot h) = \delta\left(\frac{\pi(D^2 - d^2) \cdot h}{4}\right) = 7.82 \cdot 10^{-6} \frac{kg}{mm^3}\left(\frac{\pi((520mm)^2 - (495mm)^2) \cdot 500mm}{4}\right) = 77.9243kg \approx \underline{\underline{80}}$$

Regner ut vekten av en tauepinne laget av aluminium:

$$m = \delta \cdot (A \cdot h) = \delta\left(\frac{\pi(D^2 - d^2) \cdot h}{4}\right) = \frac{7.82 \cdot 10^{-6}}{3} \frac{kg}{mm^3}\left(\frac{\pi((520mm)^2 - (413mm)^2) \cdot 500mm}{4}\right) = 102.191kg \approx \underline{\underline{102kg}}$$

En tauepinne i aluminium blir <u>22kg tyngre</u> når den skal oppfylle regelverket!

Deformasjonen blir nå:

$$u = \frac{64 \cdot R \cdot h^3}{3 \cdot \frac{E_{stål}}{3} \cdot \pi(D^4 - d^4)} = \frac{64 \cdot 3.924 \cdot 10^6 N \cdot (500mm)^3}{3 \cdot 70000 \frac{N}{mm^2} \cdot \pi((520mm)^4 - (413mm)^4)} \underline{\underline{= 1.081mm}}$$

L.

Benytter en energibetraktning hvor potensiell energi er lik kinetisk energi og løser med hensyn på hastigheten v:

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow \underline{\underline{v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}}$$

Hastigheten blir da:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 2m} \approx \underline{\underline{6.26 \frac{m}{s}}}$$